CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
Convocatoria extraordinaria 2023

Código: 20

MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

1. Números y Álgebra:

a) Calcule A si $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ es invertible, obtenga los valores de x, y y z sabiendo que $\det(A - 3I) = 0$, que $y \neq 0$ y que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Entiéndase que I es la matriz identidad.

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} (m+1)x & & & + & z & = & 1, \\ (m+1)x & + & y & + & z & = & m+1, \\ (m+1)x & + & my & + & (m-1)z & = & m. \end{cases}$

3. Análisis:

a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

b) Explique si $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor c para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

4. Análisis:

a) Calcule mediante cambio de variable las integrales $\int (\sin x)^5 \cos x\, dx$ y $\int (\ln x)/x\, dx$.

b) Calcule $\int (\ln x)/x\, dx$ empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de B tal que $\int_{e}^{B} (\ln x)/x\, dx = 3/2$.

5. Geometría:

a) Considérense el plano $\pi\colon ax + y + z = 1$, donde a es un parámetro real, y la recta $r\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$. Estudie la posición relativa de π y r en función de a y obtenga el valor de a que hace que π y r sean perpendiculares. Por último, razone si r puede estar contenida en π o no.

b) Si $\pi\colon -3x + y + z = 1$, diga qué valor tiene que tomar b para que $r\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ esté contenida en π.

6. Geometría:

Considérese el plano $\pi\colon 2x - y + z = 1$. Se pide:

a) Calcular la distancia de π al punto de corte de las rectas $r_1\colon \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 0, \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ y $r_2\colon \begin{cases} x = \mu, \\ y = -1 + \mu, \\ z = 0, \end{cases}$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$.

b) Obtener el punto simétrico de $P(1,0,0)$ con respecto a π.

7. Estadística y Probabilidad:

a) Calcule $P(A|B)$ si $B \subset A$. Luego, si $P(C) = 0.5$ y $P(D) = 0.6$, explique si C y D pueden ser incompatibles. Por último, obtenga $P(E \cup F)$ y $P(E \cap \bar{F})$ si E y F son independientes, $P(E) = 0.3$ y $P(F) = 0.2$.

b) Se tira un dado siete veces. Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.

8. Estadística y Probabilidad:

Para un determinado grupo de pacientes, la tensión arterial sistólica (medida en mmHg) sigue una distribución normal de media 123.6 y desviación típica 17.8. Calcule la probabilidad de que un paciente elegido al azar tenga una tensión comprendida entre 100 y 120 mmHg. Luego, obtenga el valor de la tensión que es superado por el 67% de los pacientes.

1. Números y Álgebra:

a) Calcule A si $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}$ es invertible, obtenga los valores de x, y y z sabiendo que $\det(A-3I)=0$, que $y \neq 0$ y que $(3z)A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Entiéndase que I es la matriz identidad.

1 a) $(AB)^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$A \cdot \underbrace{B \cdot B^{-1}}_{I} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot B^{-1}$

$B^{-1} = \dfrac{\text{Adj}\, B^T}{|B|}$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \dfrac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$B^{-1} = \dfrac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\boxed{A = \dfrac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}$

---

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix} \quad \exists A^{-1} \Rightarrow |A| \neq 0$

$\det(A-3I) = 0 \iff \det \begin{vmatrix} \cancel{3-3}^{\,0} & x \\ y & z-3 \end{vmatrix} = 0$

$\boxed{x \cdot y = 0}$

$y \neq 0$

$A^{-1} = \dfrac{\text{Adj}\, A^T}{|A|}$

$A^{-1} = \dfrac{1}{3z - xy} \cdot \begin{pmatrix} z & -x \\ y & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{como } x \cdot y = 0]{} A^{-1} = \dfrac{1}{3z} \begin{pmatrix} z & -x \\ y & 3 \end{pmatrix}$

$(3z) \cdot A^{-1} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} z & -x \\ y & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \iff$

$z + 1 = 2 \rightarrow \boxed{z = 1}$

$-x = 0 \quad \boxed{x = 0}$

$\boxed{y = -1}$

$\cancel{z}\,3 + 1 = 4 \quad$ OK

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} (m+1)x & & + & z & = & 1, \\ (m+1)x & + \quad y & + & z & = & m+1, \\ (m+1)x & + \quad my & + & (m-1)z & = & m. \end{cases}$

② $M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} m+1 & 0 & 1 & 1 \\ m+1 & 1 & 1 & m+1 \\ m+1 & m & m-1 & m \end{array}\right)$

$|M| = (m+1)(m-1) + m(m+1) - [(m+1) + m(m+1)] =$

$= m^2 - 1 + \cancel{m^2} + \cancel{m} - [\cancel{m} + 1 + \cancel{m^2} + m] =$

$= m^2 - m - 2$

$|M| = 0 \iff m^2 - m - 2 = 0$

$m = \dfrac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \dfrac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$

Caso 1 $\boxed{m = 2}$

$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \end{array}\right)$

Son L.D.

$|M| = 0 \Rightarrow$ Rango $M < 3$

$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \Rightarrow$ Rango $M = 2$

$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 + 6 + 1 - (2 + 0 + 2) =$
$= 7 - 4 = 3 \neq 0$

$\Rightarrow$ Rango $M^* = 3$

Por Rouché-Fröbenius:

$\left.\begin{array}{l} \text{Rango } M = 2 \\ \text{Rango } M^* = 3 \\ N = 3 \end{array}\right\}$ S. I.

Caso 2: $m = -1$

$M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \end{array}\right)$

$\begin{array}{lcccc} & * & * & * & \\ C_1 \to & * & * & & * \\ C_2 \to & * & & * & * \\ C_3 \to & & * & * & * \end{array}$

$|C_1| = 0 \; ; \; |C_2| = 0$

$|M| = 0 \to$ Rango $M < 3$

$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \to$ Rango $M = 2$

$|C_3| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -2 - (-1) = -1 \neq 0$

$\to$ Rango $M^* = 3$

$\left.\begin{array}{l} \text{Rango } M = 2 \\ \text{Rango } M^* = 3 \\ N = 3 \end{array}\right\}$ S. I.

$\boxed{\text{Caso 3}}$ $m \neq -1$, $m \neq +2$

En este caso:

$|M| \neq 0 \to$ Rango $M = 3$

$\left.\begin{array}{l} \text{Rango } M = 3 \\ \text{Rango } M^* = 3 \\ N = 3 \end{array}\right\}$ S. C. Determinado.

3. Análisis:

a) Enuncie los teoremas de Rolle y del valor medio del cálculo diferencial.

b) Explique si $f: [0,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, está o no en las hipótesis del teorema del valor medio del cálculo diferencial. En caso de que lo esté, calcule un valor c para el cual se cumpla la tesis de ese teorema.

3 a) Enunciar teorema de Rolle.

A

Dada una función que cumpla estas condiciones:

1º) $f(x) \in C[a,b]$, continua en el intervalo $[a,b]$

2º) $f(x)$ derivable en (a,b)

3º) $f(a) = f(b)$

Entonces existe un valor $c \in (a,b)$ tal que

$f'(c) = 0$

b) Enunciar el teorema del valor medio del cálculo diferencial

Dada una función en las condiciones:

1º) $f(x) \in C[a,b]$

2º) $f(x) \in D(a,b)$

Entonces existe un valor $c \in (a,b)$ tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

B

$f: [0,1] \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = \sqrt{1-x^2}$

1º) $f(x) \in C[0,1]$?

Criterio de continuidad en $x=0$

$$\begin{cases} \lim_{x \to 0^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \to 0^-} f(x) = 1 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

Criterio de continuidad en $x=1$

$$\begin{cases} \lim_{x \to 1^+} f(x) = \nexists \\ \lim_{x \to 1^-} f(x) = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

No es continua en $x=1$

por tanto, no cumple los criterios del teorema del valor medio del cálculo diferencial en $[0,1]$

4. Análisis:

a) Calcule mediante cambio de variable las integrales $\int(\sin x)^5 \cos x\, dx$ y $\int(\ln x)/x\, dx$.

b) Calcule $\int(\ln x)/x\, dx$ empleando el método de integración por partes. Luego, obtenga algún valor de B tal que $\int_e^B (\ln x)/x\, dx = 3/2$.

4)
a) $\int (\operatorname{sen} x)^5 \cdot \cos x\, dx = \int t^5 \cdot dt = \frac{t^6}{6} + C$

Cambio de variable:

$\operatorname{sen} x = t$

$= \frac{\operatorname{sen}^6 x}{6} + C$

$dt = d(\operatorname{sen} x) = \cos x \cdot dx$

$\int \frac{\ln x}{x} dx = \int t \cdot dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$

Cambio de variable:

$\ln x = t$

$dt = d \ln x = \frac{1}{x} \cdot dx$

b) Integro por partes: $\int (\ln x)\left(\frac{1}{x}\right) dx =$

Escojo: $u = \ln x \rightarrow du = \frac{1}{x} dx$

$v = \ln x \leftarrow dv = \frac{1}{x} dx$

$= (\ln x)^2 - \int (\ln x)\left(\frac{1}{x}\right) dx$

Pasando la integral al 1er miembro:

$2\int (\ln x)\left(\frac{1}{x}\right) dx = (\ln x)^2 \Rightarrow \int \ln(x) \cdot \left(\frac{1}{x}\right) = \frac{(\ln x)^2}{2} + C$

$\int_e^B \frac{\ln x}{x} dx = 3/2$

$\left.\frac{(\ln x)^2}{2}\right|_e^B = \frac{3}{2} \Longleftrightarrow \frac{(\ln B)^2}{2} - \frac{(\ln e)^2}{2} = \frac{3}{2}$

Regla de Barrow

$(\ln B)^2 - (\ln e)^2 = 3$

$(\ln B)^2 = 3 + 1$

$\boxed{\ln B = 2} \rightarrow \boxed{B = e^2}$

$\boxed{\ln B = -2} \rightarrow \boxed{B = e^{-2}}$

5. Geometría:

a) Considérense el plano $\pi: ax + y + z = 1$, donde a es un parámetro real, y la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$. Estudie la posición relativa de π y r en función de a y obtenga el valor de a que hace que π y r sean perpendiculares. Por último, razone si r puede estar contenida en π o no.

b) Si $\pi: -3x + y + z = 1$, diga qué valor tiene que tomar b para que $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ esté contenida en π.

5/ a) $\pi: ax+y+z=1$ → plano π → $\vec{u}=(a,1,1)$, $A(0,0,1)$

$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$ → recta r: → $\vec{v}=(2,3,3)$, $B(1,0,-1)$

$\boxed{\text{Caso 1}}$: $\boxed{\pi \perp r}$

Por el criterio de paralelismo:

$\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow \pi$ y r son perpendiculares..

Por tanto:

$\frac{a}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \boxed{a = \frac{2}{3}}$

$\boxed{\text{Caso 2}}$ Por el criterio de perpendicularidad:

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \boxed{\pi \parallel r}$

$(a,1,1) \cdot (2,3,3) = 0$ $\quad 2a = -6$

$2a+3+3=0$ $\quad \boxed{a=-3}$

Con $a=-3$ el plano y la recta son paralelos

$\boxed{\text{Caso 3}}$: Puede estar la recta contenida en π?

Para que esto suceda, un punto cualquiera de r debe ser también de π, siendo r y π paralelos.

O sea, que $B(1,0,-1)$ debería pertenecer a π con el valor concreto de $a=-3$ (o sea, que $r \parallel \pi$).

$-3 \cdot x + y + z = -1$

$B \in \pi \Leftrightarrow -3 \cdot 1 + 0 - 1 \neq -1$ vemos que no se cumple

Por tanto, $r \not\subset \pi$. en ningún caso.

$\boxed{\text{Caso 4}}$ para cualquier otro valor de $a \neq \frac{2}{3}$ ó $a \neq -3$, la recta r corta a π de forma oblicua

b) $\pi: -3x+y+z=1$

$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ } b para que $r \subset \pi$

π: → $\vec{u}=(-3,1,1)$, → $A(0,0,1)$

r: → $\vec{v}=(2,3,3)$, → $B(1,b,1)$

$r \subset \pi \Leftrightarrow \begin{cases} r \parallel \pi \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \\ y \\ B \in \pi \end{cases}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-3,1,1) \cdot (2,3,3) = -6+3+3=0$ ✓

$B \in \pi \Leftrightarrow -3 \cdot 1 + b + 1 = 1 \Rightarrow \boxed{b=3}$

6. Geometría:

Considérese el plano $\pi: 2x - y + z = 1$. Se pide:

a) Calcular la distancia de π al punto de corte de las rectas $r_1: \begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = 0, \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ y $r_2: \begin{cases} x = \mu, \\ y = -1 + \mu, \\ z = 0, \end{cases}$ $(\lambda, \mu \in \mathbb{R})$.

b) Obtener el punto simétrico de $P(1,0,0)$ con respecto a π.

6) a) $\pi: 2x - y + z = 1 \rightarrow \pi: \boxed{2x - y + z - 1 = 0}$

distancia de π al punto de corte entre r_1 y r_2

$r_1: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 0 \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

$r_2: \begin{cases} x = \mu \\ y = -1 + \mu \\ z = 0 \end{cases}$

Punto de corte:

$\begin{cases} 2 + \lambda = \mu \quad V \\ 0 = -1 + \mu \rightarrow \underline{\mu = 1} \\ -1 - \lambda = 0 \rightarrow \underline{\lambda = -1} \end{cases}$

$\boxed{A(1,0,0)}$

$$d_{\pi - A} = \frac{|\vec{AX_\pi} \cdot \vec{n_\pi}|}{|\vec{n_\pi}|} = \frac{|2 \cdot 1 - 0 + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$\vec{n_\pi} = (2, -1, 1)$

b) Punto simétrico de $P(1,0,0)$ respecto de π.

Calculo la recta $r \perp \pi$ que pasa por $P(1,0,0)$

$\vec{v} = \vec{n_\pi} = (2, -1, 1) \rightarrow \boxed{r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}}$

Hallo el punto de corte de r y π:

$\begin{rcases} 2x - y + z = 1 \\ -x + 1 = 2y \\ x - 1 = 2z \end{rcases}$ $\begin{rcases} 2x - y + z = 1 \\ -\cancel{x} - 2y = -1 \\ \cancel{x} - 2z = 1 \end{rcases}$ $\begin{rcases} 2\cancel{x} - y + z = 1 \\ -\cancel{2x} - 4y = -2 \end{rcases}$ $\boxed{-5y + z = -1}$

$F_2 + F_3 \rightarrow -2y - 2z = 0$

$\boxed{y + z = 0}$ $\rightarrow 5z + z = -1$

$y = -z$

$6z = -1$

$\boxed{z = -1/6}$

$(y = 1/6)$

$\boxed{x = 1 + 2z = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}}$

Punto de corte:

$Q\left(\frac{4}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$

vector $\vec{PQ} = \left(\frac{4}{6} - 1, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$

$\vec{PQ} = \left(-\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$

Punto simétrico de P: $\vec{OR} = \vec{OQ} + \vec{PQ}$

$\vec{OR} = \left(\frac{4}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{2}{6}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$

$= \left(\frac{2}{6}, \frac{2}{6}, -\frac{2}{6}\right) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

$\boxed{R\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)}$

7. Estadística y Probabilidad:

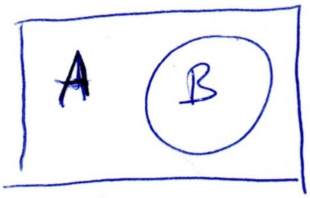
a) Calcule $P(A|B)$ si $B \subset A$. Luego, si $P(C) = 0.5$ y $P(D) = 0.6$, explique si C y D pueden ser incompatibles. Por último, obtenga $P(E \cup F)$ y $P(E \cap \bar{F})$ si E y F son independientes, $P(E) = 0.3$ y $P(F) = 0.2$.

b) Se tira un dado siete veces. Calcule la probabilidad de que salgan exactamente dos seises.

7) $P(A/B)$ con $B \subset A$

A

a)



$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

b) $P(C) = 0{,}5$

$P(D) = 0{,}6$

Dos sucesos son incompatibles si $P(C \cap D) = 0$

Considerando que: $P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D)$ puede ser 1 como máximo,

$1 = 0{,}5 + 0{,}6 - P(C \cap D)$

$-0{,}1 = -P(C \cap D) \rightarrow P(C \cap D) = 0{,}1 \neq 0 \rightarrow$

$\rightarrow$ No pueden ser incompatibles

c) $P(E \cup F)$ con $P(E) = 0{,}3$ $P(F) = 0{,}2$ E y F indep.

E y F son independientes si $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F)$

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$$
$$= P(E) + P(F) - P(E) \cdot P(F)$$
$$= 0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}5 - 0{,}06 = \boxed{0{,}44}$$

$$P(E \cap \bar{F}) = P(E) + P(\bar{F}) - P(E \cap \bar{F})$$
$$= 0{,}3 + (1 - 0{,}2) - 0{,}3 \cdot (1 - 0{,}2) =$$
$$= 0{,}3 + 0{,}8 - 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 1{,}1 - 0{,}24 = \boxed{0{,}86}$$

B $P($sacar 2 en 7 tiradas$)$?

$P(6) = \frac{1}{6}$ $P(\bar{6}) = \frac{5}{6}$

Casos posibles: $C_{7,2} = \binom{7}{2} = \frac{7!}{2!\,(7-2)!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{2!\,\cancel{5!}} = 21$

$$P(\ )_{7\ \text{tiradas}} = \binom{7}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 21 \cdot 0{,}027 \cdot 0{,}40 = 0{,}234$$

probabilidad $\boxed{23{,}4\%}$

8. Estadística y Probabilidad:

Para un determinado grupo de pacientes, la tensión arterial sistólica (medida en mmHg) sigue una distribución normal de media 123.6 y desviación típica 17.8. Calcule la probabilidad de que un paciente elegido al azar tenga una tensión comprendida entre 100 y 120 mmHg. Luego, obtenga el valor de la tensión que es superado por el 67% de los pacientes.

8) $N(\mu ; \sigma)$

$N(123{,}6 \; ; \; 17{,}8)$

a) Probabilidad de que un paciente elegido al azar tenga una presión comprendida entre 100 y 120 mmHg.

Tipificamos:

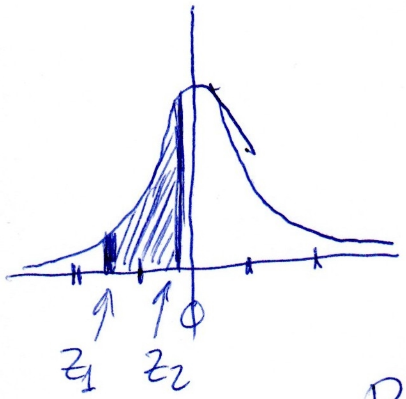
$N(0,1)$
(z)

Cambio de variable:

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$z_1 = \frac{100-123{,}6}{17{,}8} = -1{,}326$$

$$z_2 = \frac{120-123{,}6}{17{,}8} = -0{,}202$$



$$P(100 \leq x \leq 120) = P(-1{,}326 \leq z \leq -0{,}202)$$

$$= \left(P(z<1{,}326) \right) - \left(P(z<0{,}202) \right) =$$

$$= \left[[0{,}9066 \cdot 0{,}4 + 0{,}9082 \cdot 0{,}6] \right] - \left[0{,}5793 \right] = 0{,}3283$$

$\boxed{32{,}83\%}$

---

b) Tensión que es superada por el 67% de los pacientes.

$P(z > z_0) = 0{,}67$
$P(z > z_0) = 1 - P(z < z_0)$
$0{,}67 = 1 - P(z<z_0)$
$P(z<z_0) = 1 - 0{,}67$
$P(z<z_0) = 0{,}33$

$\longrightarrow z_0 = -0{,}44$

$$-0{,}44 = \frac{x_0 - 123{,}6}{17{,}8}$$

$$x_0 = -0{,}44 \cdot 17{,}8 + 123{,}6$$

$\boxed{x_0 = 115{,}77 \text{ mm. Hg}}$

esta es la presión buscada